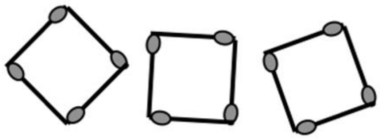
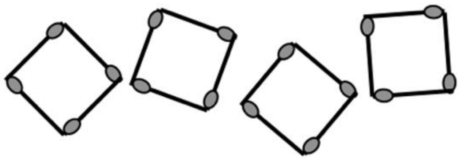
	Titre	*Niveaux*								*Origine*	*Thème*
1	Carrés d'allumettes	3	4							SI	Construction d'un nombre maximum de carrés d'une allumette de côté avec 29 allumettes
2	Rectangle partagé	3	4							GPIL	Dessin des droites qui partagent un rectangle en deux parties isométriques
3	La pâte à crêpes (I)	3	4	5						BB	Répartition d'une quantité et de son triple en deux parties égales
4	Carrés et triangles	3	4	5						SR	Assemblage de carrés et triangles pour former des figures ayant au moins un axe de symétrie
5	Le coquillages	3	4	5						BB	Égalisation d'un nombre et de son double par soustraction et addition de 12
6	La boîte de boutons		4	5						RZ	Partition d'un ensemble selon deux critères croisés
7	Sucres en cubes			5	6					RMG	Recherche des décompositions de 54 en 3 facteurs inférieurs à 30
8	Un beau cadre			5	6	7				BE	Différence d'aires de deux carrés concentriques dont le rapport entre les périmètres est 1/2
9	Année particulière			5	6	7				GPIL	Recherche des rapport des âges de deux personnes lorsqu'ils sont entiers
10	La pâte à crêpes (II)				6	7				BB	Répartition d'une quantité et de son quadruple en deux parties égales
11	Construction de triangles				6	7	8			RV	Inventaire des triangles dont on connaît les mesures de deux côtés et un angle
12	Le cube caché				6	7	8			GT3D	Rapport entre volume extérieur d'un cube formé de petits cubes et son volume intérieur
13	Le tableau retrouvé				6	7	8	9	10	RV	Régularité d'une suite périodique des nombres naturels écrits dans un tableau
14	La confiture de framboises					7	8	9	10	CB	Comparaison de trois offres selon le poids, le prix et le pourcentage de fruits
15	Des croix sur la table						8	9	10	GPIL	Propriété de la somme de cinq cases en « croix » de la table de multiplication
16	Boîtes de stylo						8	9	10	GTCP	Calcul du temps pour un travail à trois personnes travaillant à des rythmes différents
17	La fleur au bon endroit						8	9	10	GTGP	Détermination de l'image d'un point sur un deuxième rectangle semblable à un premier
18	Les huit pièces							9	10	GPIL	Puzzle de huit pièces faisant apparaître un « trou » intrigant lorsqu'on les déplace
19	La fourmi s'est perdue							9	10	GTGP	Calcul de la longueur d'un chemin en zigzag convergeant en un point

1. **CARRÉS D'ALLUMETTES** (Cat. 3, 4)

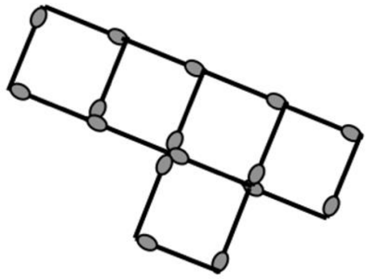
Avec 12 allumettes, Arthur a formé trois carrés égaux qui ont une allumette par côté :



Avec 16 allumettes il a construit quatre carrés :



Sa sœur, avec 16 allumettes aussi, a réussi à former cinq carrés mais en disposant les allumettes de manière plus astucieuse :



Alors Arthur essaie de former le plus grand nombre possible de carrés, toujours d'une allumette de côté, en utilisant 29 allumettes.

Faites un dessin qui montre comment vous avez disposé les 29 allumettes.

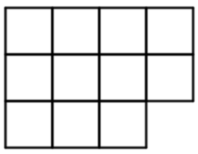
ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

À partir de 29 segments isométriques, construire un assemblage de carrés qui comporte le plus grand nombre possible de carrés, chacun ayant un segment pour côté.

Analyse de la tâche

- Vérifier les données en comptant les 12 allumettes d'Arthur et les 16 allumettes de chacun des deux enfants et comprendre qu'une même allumette peut être utilisée plusieurs fois comme côté d'un carré.
- Procéder par essais et continuer d'assembler des carrés de sorte que certains d'entre eux aient plus d'un côté en commun avec d'autres carrés pour obtenir un arrangement optimal de 11 carrés dans la configuration suivante :



Attribution des points

4 Réponse correcte « 11 carrés » avec le dessin correct d'une configuration possible

3 Réponse « 10 carrés », avec le dessin d'une configuration possible utilisant les 29 allumettes sans allumette isolée et sans carré incomplet

2 Réponse « 9 carrés » avec le dessin d'une configuration possible utilisant les 29 allumettes, sans allumette isolée et sans carré incomplet
ou réponse "11 carrés" ou "10 carrés", avec 30 ou 28 allumettes sans allumette isolée ni carré incomplet

1 Réponse « 8 ou 9 carrés » avec un dessin d'une configuration possible utilisant les 29 allumettes (y compris des carrés non adjacents)
ou réponse « 8 ou 9 carrés » avec une erreur d'une allumette en plus ou en moins, sans allumettes isolée ni carré incomplet

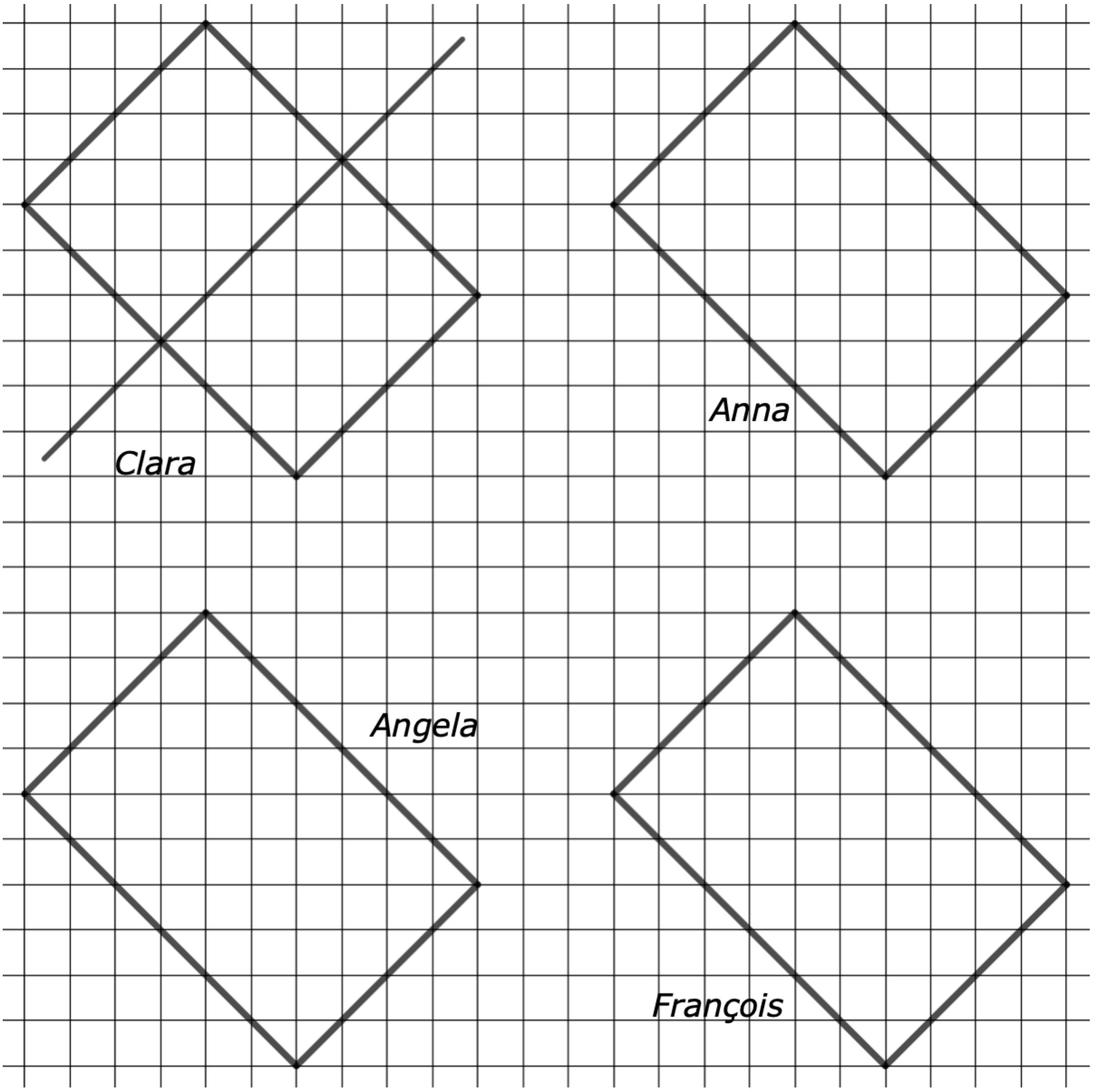
0 Incompréhension du problème ou simple identification de la configuration avec 20 allumettes et 7 carrés

Niveaux : 3, 4

Origine : Siena d'après une idée de SI, 25.F.03

2. RECTANGLE PARTAGÉ (cat 3, 4)

Sur ces quatre rectangles égaux, Clara, Anna, Angela et François veulent tracer une ligne droite qui divise chaque rectangle en deux parties égales.



Clara a déjà dessiné une ligne droite noire qui partage son rectangle en deux rectangles égaux.

Anna veut dessiner une ligne droite rouge qui partage son rectangle en deux rectangles égaux, mais différents de ceux di Clara.

Angela veut dessiner une ligne droite bleue qui partage son rectangle en deux triangles égaux.

François veut dessiner une ligne droite verte qui partage son rectangle en deux parties égales mais qui ne sont pas des rectangles, ni des triangles.

Dessinez les lignes droites d'Anna, d'Angela et de François sur le dessin ci-dessus.

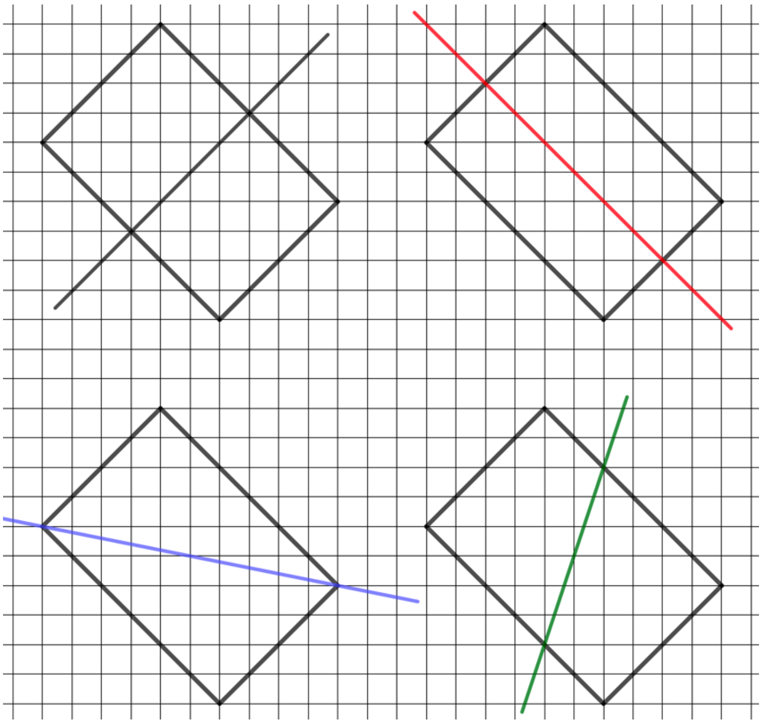
ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Dessiner trois droites qui partagent un rectangle donné ; respectivement, en deux rectangles égaux (différents de ceux déterminée par une première droite déjà dessinée sur le rectangle), en deux triangles égaux et en deux parties égales qui ne sont ni tes triangles ni des rectangles.

Analyse de la tâche

- Pour s'approprier la situation, distinguer le rectangle donné de la droite qui le partage.
- Tracer la droite rouge en sachant ou en constatant qu'elle est perpendiculaire à la première après avoir déterminé les deux milieux des petits côtés du rectangle (par analogie avec la première droite).
- Tracer la droite bleu en comprenant qu'elle doit passer par deux sommets opposés du rectangle ou qu'il s'agit d'une de ses diagonales.
- Pour la droite verte il y a de nombreuses solutions : toutes les droites passant par le centre du rectangle qui ne sont pas ses diagonales ni les médiatrices des côtés (et partagent le rectangle en deux trapèzes rectangles).



Attribution des points

4 Les trois droites tracées avec une précision correspondant aux capacités de dessin d'élèves de catégorie 3 et 4 (où l'on constate que les sommets du quadrillage ont été repérés)

3 Les trois droites tracées mais une approximativement (non parallèle aux côtés ou non perpendiculaire, sans perception des sommets du quadrillage) les dessins des deux autres sont « précis »

2 Deux des trois droites tracées approximativement (non parallèles aux côtés ou non perpendiculaires, sans perception des sommets du quadrillage) la troisième est « précise »
ou seulement deux droites tracées avec précision

1 Les trois droites sont tracées approximativement (non parallèles aux côtés ou non perpendiculaires, sans perception des sommets du quadrillage)
ou une seule droite tracée avec précision

0 Incompréhension du problème

Niveaux : 3, 4

Origine : GPIL

3. LA PÂTE À CRÊPES (I) (Cat. 3, 4, 5)

Andrée et Blanche ont préparé de la pâte à crêpes.

Andrée a préparé le triple de pâte que Blanche a préparé.

Andrée veut donner une partie de sa pâte à Blanche pour qu'elles en aient chacune la même quantité.

Quelle partie de sa pâte Andrée doit-elle donner à Blanche ?

Montrez comment vous avez trouvé la réponse.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Une première quantité étant le triple d'un autre, trouver quelle partie de la première il faut lui retirer et ajouter à la seconde pour que les deux quantités soient égales.

Analyse de la tâche

- L'appropriation du partage en deux parties égales doit tenir compte des deux seules données de l'énoncé : une « préparation » de pâte pour Blanche et trois « préparations de B» pour Andrée. La grande vaut alors 3 unités, ensemble il y a quatre unités. (L'unité est la « préparation » de pâte de Blanche, implicite ou non) Les élèves peuvent se représenter mentalement les « préparations » par des volumes (une boule par exemple) , des masses (1 kg par exemple), des récipients (1 plat) … par des objets ou par un dessin.
- Pour le calcul, il suffit de partir des quatre préparations et de les partager en deux parts, chacune de deux préparations. et conclure que Andrée devra donner une de ses trois « préparations de B » à Blanche pour que chacune ait deux « unités de pâte »
- Pour donner la réponse à la question *Quelle partie de sa préparation Andrée …* il faut se placer du point de vue d'Andrée et utilier une expression comme « un tiers » ou « une des trois « préparations de B » que possède Andrée, ou une « préparation sur trois » ou « sa part partagée en trois », … . (La réponse « Andrée doit donner une « préparation de B » à Blanche ne correspond pas à la formulation de la question « partie de » . Voir attribution des points)

Attribution des points

4 Réponse correcte « 1/3 de la part d'Andrée » ou « un tiers de la part d'Andrée » ou « une des trois parts d'Andrée» avec un dessin ou description du raisonnement

3 Réponse correcte « 1/3 de la part d'Andrée » ou « un tiers 3 de la part d'Andrée » … mais avec description partielle ou peu claire

ou réponse « Andrée doit donner une « préparation de B » à Blanche » avec un dessin ou la mention qu'il y a 4 parties en tout à partager en deux parties à chacune ou avec un exemple numérique, mais sans que la réponse corresponde à la question *Quelle partie de sa préparation Andrée …*

2 Seulement réponse correcte sans dessin ni description du raisonnement

ou réponse « André doit donner une « préparation de B » à Blanche » sans autre explication

1 Début de raisonnement correct (par exemple, seulement découverte qu'il y a quatre « préparations » en tout)

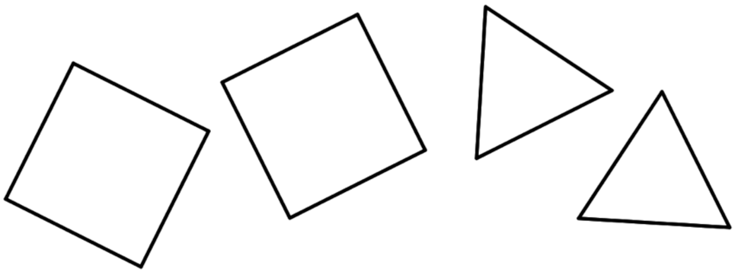
0 Incompréhension du problème

Niveaux : 3, 4, 5

Origine : Bourg-en-Bresse

4. CARRÉS ET TRIANGLES (Cat. 3, 4, 5)

Isabelle a découpé quatre formes en carton : deux carrés et deux triangles



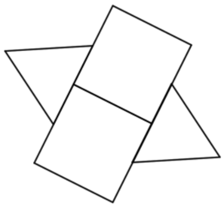
Les côtés des carrés et des triangles ont tous la même longueur.

Isabelle veut former des figures en assemblant 3 ou 4 de ses formes.

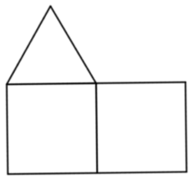
Chaque figure

- doit être obtenue en juxtaposant les carrés et les triangles par des côtés entiers,
- doit pouvoir être pliée en deux parties qui se recouvrent exactement.

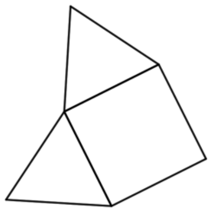
Cette figure, par exemple ne convient pas : elle peut être pliée en deux parties qui se superposent mais les côtés des triangles ne se juxtaposent pas par des côtés entiers de carrés.



Cette figure ne convient pas non plus car on ne peut pas la plier en deux parties qui se superposent exactement.



Voici une figure qui convient parce que les côtés des triangles se juxtaposent exactement à ceux du carré et on peut plier la figure en deux parties qui se superposent exactement.



Montrez toutes les figures qu'Isabelle peut former

- **avec trois des formes qu'elle a découpées,**
- **et avec toutes les quatre formes qu'elle a découpées.**

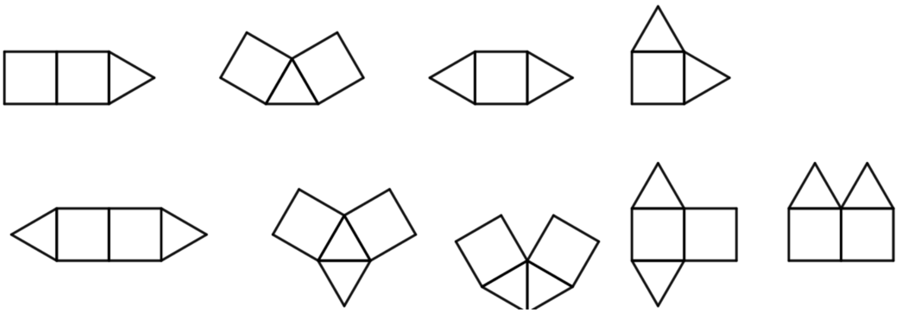
ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Rechercher toutes les figures ayant au moins un axe de symétrie en assemblant 3 ou 4 pièces, parmi deux carrés et deux triangles équilatéraux dont la longueur des côtés est la même. Les pièces doivent se toucher par un côté commun complet.

Analyse de la tâche

- Comprendre qu'il s'agit d'assembler 3 ou 4 des pièces à disposition de telle manière que les pièces se touchent par un côté commun complet.
- Comprendre que les figures recherchées doivent avoir au moins un axe de symétrie.
- Dessiner toutes les figures possibles (dessins géométriques ou croquis).
- Organiser la recherche de manière à obtenir toutes les solutions sans doublons.



Attribution des points

4 Dessin des 9 solutions (ou 8 sans la solution donnée dans l'énoncé) données par des dessins ou collages, sans doublons ni figure erronée

3 8 solutions correctes (ou 7 sans la solution donnée dans l'énoncé) sans doublons ni figure erronée
ou 9 solutions (ou 8 sans la solution donnée dans l'énoncé) avec présence d'un doublon ou d'une figure erronée.

2 6 ou 7 solutions correctes (ou 5 ou 6 sans la solution donnée dans l'énoncé) sans doublons ni figure erronée
ou 8 solutions correctes (ou 7 sans la solution donnée dans l'énoncé) avec un doublon ou figure erronée
ou les 9 solutions (ou 8 sans la solution donnée dans l'énoncé) avec plusieurs doublons ou figures erronées.

1 Dessin d'au moins 4 solutions correctes (ou 3 sans la solution donnée dans l'énoncé) avec ou sans présence de doublons ou de figures erronées.

0 Incompréhension du problème ou moins de 4 solutions correctes (ou 3 sans la solution donnée dans l'énoncé)

Niveaux : 3, 4, 5

Origine : Suisse romande

5. LES COQUILLAGES (Cat. 3, 4, 5)

Léa et Inès ont ramassé des coquillages sur la plage.

Elles les comptent et comparent les nombres des coquillages que chacune a ramassés.

Léa a ramassé un nombre de coquillages qui est le double du nombre de coquillages ramassés par Inès.

Léa dit à Inès : si je te donne 12 de mes coquillages, nous en aurons chacune le même nombre.

Combien de coquillages Léa et Inès ont-elles chacune ramassés ?

Montrez comment vous avez trouvé la réponse.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Trouver 2 nombres sachant que l'un est le double de l'autre et que en soustrayant 12 au plus grand et en ajoutant 12 au plus petit on obtient 2 nombres égaux.

Analyse de la tâche

- Comprendre les relations entre les nombres : l'un est le double de l'autre et il faut soustraire au grand le même nombre qu'il faut ajouter au petit.
- Se rendre compte qu'on est en présence de 3 « parties » : 2 de Léa et 1 d'Inès et, par conséquent que la différence est 1 « partie » qu'il faudra partager en deux moitiés pour rendre égales les quantités de coquillages de chacune des deux amies. Si cette moitié correspond à 2 la « partie entière est 24 En déduire que Inès a ramassé 24 coquillages et Léa 48.
- Ou procéder par essais.

Attribution des points

4 Réponse correcte « 48 pour Léa et 24 pour Inès » avec une description claire de la procédure suivie ou détail des calculs ou des essais effectués

3 Réponse correcte « 48 pour Léa et 24 pour Inès » avec une description peu claire ou incomplète

2 Réponse correcte « 48 pour Léa et 24 pour Inès » sans aucune explication
ou réponse erronée due à une erreur de calcul, avec une procédure correcte

1 Début de recherche qui montre une compréhension des relations entre les nombres mais sans arriver à une solution

0 Incompréhension du problème

Niveaux : 3, 4, 5

Origine : Bourg-en-Bresse

6. LA BOÎTE DE BOUTONS (Cat. 4, 5)

Aurore a trouvé une boîte qui contient 50 boutons de deux formes différentes : carrés ou en forme de cœur. Certains boutons sont rouges, certains sont verts et les autres sont blancs.

Aurore remarque que :

- il y a 24 boutons blancs ;
- il n’y a pas de boutons blancs carrés ni de boutons rouges en forme de cœur ;
- il y a le même nombre de boutons rouges carrés que de boutons verts carrés ;
- le nombre de boutons rouges est la moitié du nombre de boutons blancs.

Combien y a-t-il de boutons verts en forme de cœur ?

Montrez comment vous avec trouvé votre réponse.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Déterminer le nombre d’objets des différentes parties d’un ensemble (50 boutons) organisé selon deux caractéristiques (deux formes et trois couleurs), en tenant compte des informations qui éliminent deux des six parties potentielles et permettant de trouver les nombres d’éléments des quatre parties qui subsistent »

Analyse de la tâche

- Se représenter les 50 boutons de la boîte qui peuvent avoir chacun une des deux formes : soit carré, soit cœur et une des trois couleurs : soit blanc, soit rouge ou soit vert (mais pas plusieurs couleurs à la fois). C’est-à-dire concevoir qu’il pourrait y avoir des rouge-carré, rouge-cœur, blanc-carré, blanc-cœur, vert-carré, vert-cœur ; mais que, selon les informations de l’énoncé, il n’y a pas de boutons rouges en forme de cœur ni de boutons blancs carrés si bien qu’il ne peut avoir que des : rouge carré, blanc-cœur, vert-carré, vert-cœur.
- Comme il *n’y a pas de boutons blancs carrés …*les élèves peuvent déduire, par négation, que les 24 boutons blancs sont en forme de cœur. Puis*…ni de boutons rouges en forme de cœur* permet de déduire, aussi par négation, que les boutons rouges sont tous carrés (12, la moitié de 24 selon la dernière donnée) et que, comme il *y a le même nombre de boutons rouges carrés que de boutons verts carrés,* il a aussi 12 boutons verts carrés.
- Les nombres de boutons blanc (24) et rouges (12) étant connus, l’addition lacunaire 24 + 12 + … = 50, permet de trouver le nombre total des boutons verts (14) et puis celui des butons verts en forme de cœur 2 (14 – 2).

Attribution des points

4 Réponse correcte « il y a 2 boutons verts en forme de cœur », avec description des calculs ou dessins qui montrent clairement la compréhension des différentes parties de l’ensemble

3 Réponse correcte avec description partielle des calculs

2 Réponse correcte sans explication
ou réponse erronée due à une erreur de calcul mais avec démarche correcte

1 Début de recherche cohérente

0 Incompréhension du problème

Niveaux : 4, 5

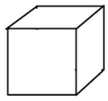
Origine : Rozzano

7. SUCRES EN CUBES (Cat. 5, 6)

La sucrerie CUBOSUCRE emballe des cubes de sucre des types suivants :

- sucre de betterave
- sucre de canne en grains
- sucre de canne complet
- sucre brun
- cassonade

Chaque sucre a la forme d'un cube avec une arête d'un centimètre.



CUBOSUCRE souhaite vendre chaque type de sucre dans des boîtes contenant chacune exactement 54 morceaux de sucre, sans espace vide. Toutes les boîtes doivent être en forme de parallélépipèdes de dimensions différentes, mais toujours plus petites que 30 cm.

Sera-t-il possible d'avoir une boîte différente pour chaque type de sucre avec chacune des trois dimensions plus petites que 30 cm.

Si oui, indiquez les dimensions des boîtes. Si non, dites pourquoi.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Trouver les différentes décompositions de 54 en 3 facteurs qui sont des nombres naturels inférieurs à 30.

Analyse de la tâche

Appropriation

- Imaginer les « boîtes » de l'énoncé qui sont des parallélépipède rectangles contenant 54 cubes de 1 cm d'arête et se rendre compte que c'est un objet de notre espace à trois dimensions, composé de différentes « couches » de cubes disposés eux-mêmes en rectangles, de deux dimensions (« lignes » et « colonnes »).

Résolution

- Appliquer la « formule » élémentaire du volume du parallélépipède formé de cubes de 1 cm d'arête ou la découvrir ou « l'inventer » et constater que la tâche est de trouver des ensembles (triplets) de trois nombres naturels dont le produit est 54.
- Organiser la recherche par exemple à partir de $1 \times 2 \times 27$, (après avoir éliminé $1 \times 1 \times 54$ qui a un nombre supérieur à 30) pour découvrir les autres triplets pour conclure qu'on a déjà trouvé cinq triplets différents pour les boîtes des cinq types de sucres.

Attribution des points

4 Réponse correcte "Oui les dimensions des 5 boîtes sont $1 \times 2 \times 27$; $1 \times 3 \times 18$; $1 \times 6 \times 9$; $2 \times 3 \times 9$; $3 \times 3 \times 6$

3 Réponse « Oui » mais il manque une boîte dans la liste
ou réponse « Non » car il n'y a que 4 boîtes trouvées et indiquées

2 Réponse « Oui » mais il manque deux boîtes dans la liste
ou réponse « Non » cat il n'y a que 3 boîtes trouvées et indiquées
ou une erreur dans les triplets

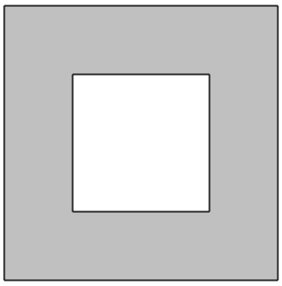
1 Une ou deux possibilités trouvées sans explication
ou erreurs dans les triplets, ou doublons,

0 Incompréhension du problème

Niveaux : 5, 6

Origine : Romagna

8. UN BEAU CADRE (Cat 5, 6, 7)



Pour réaliser un cadre (partie grise de la figure), on utilise une feuille de carton carrée dont l'aire est 576 cm². On découpe ensuite un carré à l'intérieur, comme sur la figure.

Le périmètre du carré intérieur vaut la moitié du périmètre du carré extérieur.

Calculer l'aire du cadre gris (en cm²).

Expliquez comment vous avez trouvé la réponse et donnez le détail de vos calculs.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Calcul de la différence d'aire entre deux carrés imbriqués par la détermination de la dimension d'un côté du carré intérieur via le rapport de leurs périmètres.

Analyse de la tâche

- Se rendre compte qu'il est possible de déterminer le périmètre du grand carré selon son aire. En effet, l'aire d'un carré étant côté × côté, il faut trouver le nombre qui, multiplié par lui-même, donne 576 cm².
- Procéder par essai/erreur en multipliant un nombre par lui-même jusqu'à obtenir 576. Trouver que le grand carré fait 24 cm de côté.

Ou : prendre la racine carrée de 576 sur la calculatrice et obtenir 24.

- Vu que dans un carré les 4 côtés sont de même longueur, calculer le périmètre du carré extérieur : 4 x 24 cm = 96 cm. Déduire le périmètre du carré intérieur, 96 cm : 2 = 48 cm. Calculer ensuite la dimension d'un côté du petit carré, 48 cm : 4 = 12 cm.

Ou : déduire que, si le périmètre est la somme des 4 côtés et si celui du carré extérieur est double par rapport au carré intérieur, alors 24 cm = 2 côtés du carré intérieur et donc son côté vaut 12 cm.

- Calculer l'aire du petit carré : 12 cm x 12 cm= 144 cm².
- Déterminer la surface du cadre en faisant la différence entre 576 cm² et 144 cm² (432 cm²).

Erreurs possibles :

- la confusion entre aire et périmètre peut amener les élèves à la réponse 288 cm² (moitié de l'aire totale) ;
- les élèves pourraient oublier de diviser par 4 le périmètre trouvé (48 cm) et donner alors la réponse 528 (576 - 48) ou 1728 (car 48² = 2304 et 2304-576 = 1728).

Attribution des points

4 Réponse correcte (432 cm²) avec des explications claires et complètes de la démarche et le détail des calculs

3 Réponse correcte (432 cm²) avec des explications partielles ou peu claires (par exemple sans explicitation des calculs effectués)

2 Réponse correcte (432 cm²) sans explication
ou réponse 144 cm² (due à l'oubli de la dernière étape du raisonnement), avec explications claires et complètes et détail des calculs
ou réponse erronée due à une erreur de calcul, avec explications claires et complètes

1 Début de recherche cohérente (par exemple : recherche de la longueur du côté du carré extérieur)
ou réponse erronée due à une erreur de calcul, avec explications peu claires ou partielles

0 Incompréhension du problème (par exemple : confusion entre aire et périmètre)

Niveaux : 5, 6, 7

Origine : Belgique

9. ANNÉE PARTICULIÈRE (Cat. 5, 6, 7)

Le 1er mai 2023, Mme Yvonne fête son 60e anniversaire et sa fille Zoé fête son 20e anniversaire. Zoé dit à sa mère : 2023 est une année vraiment particulière parce que si l'on divise ton âge par le mien on obtient un nombre entier.

Combien y a-t-il déjà eu d'années particulières dans la vie d'Yvonne et de Zoé ? Et combien y en aura-t-il encore après 2023.

Indiquez toutes ces années particulières et pour chacune d'elles, le nombre entier obtenu lorsqu'on divise l'âge de la mère par celui de la fille.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Trouver les années où le rapport entre les âges de deux personne (qui ont respectivement 60 et 20 ans le même jour en 2023) est un nombre naturel.

Analyse de la tâche

- Après avoir compris que chaque année l'anniversaire des deux personnes sera le 1 mai, que ce jour-là les deux âges sont des nombres naturels, qu'il est donc possible de calculer le quotient du grand nombre par le petit, mais que ce quotient sera différent d'une année à l'autre alors que la différence entre les nombres restera constante : 40 ans.
- Pour la résolution du problème il est nécessaire d'établir une liste, chronologique dès la naissance de Zoé en 2003, des âges de chacune, et des quotients en retenant ceux qui sont entiers.
- Il faut alors voir que 2003 ne convient pas !! et qu'il n'y a que 41 (41/1, en 2004), 21 (42/2, en 2005), 11 (44/4, en 2007), 9 (45/5 en 2008), 6 (48/8, en 2011), 5 (50/10, en 2013), 3 (60/20, en 2023) et 2 (80/40), en 2043) et qu'on peut chercher très longtemps pour arriver au quotient 1 !!!
- Il faut comprendre alors qu'il est vain d'attendre le quotient 1 avec une différence constante !

Attribution des points

4 Liste complète des années particulières (2004 ;41, 2005 ;21, 2007 ;11, 2008 ;9, 2011 ;6, 2013 ;5, 2023 ;3, 2043 ;2) avec les quotients obtenus (les « explications ne sont pas nécessaires car cette liste à elle seule fait comprendre que les élèves ont fait un inventaire systématique et qu'ils ont éliminé les quotients non entiers

3 Une erreur dans la liste ou oubli de l'année future 2043

2 Deux ou trois erreurs dans la liste, y compris l'année future

1 De quatre à six erreurs dans la liste, y compris l'année future

0 Incompréhension du problème
ou plus de 6 erreurs

Niveaux : 5, 6, 7

Origine : GPIL

10. LA PÂTE À CRÊPES (II) (Cat. 6, 7)

Andrée et Blanche ont préparé de la pâte à crêpes.

Andrée a préparé le quadruple de pâte que Blanche a préparé.

Andrée veut donner une partie de sa pâte à Banche pour qu'elles en aient chacune la même quantité.

Quelle fraction de sa pâte Andrée doit-elle donner à Blanche ?

Expliquez comment vous avez trouvé la réponse.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Une première quantité étant le quadruple d'un autre, trouver quelle partie de la première il faut lui retirer et ajouter à la seconde pour que les deux quantités soient égales.

Analyse de la tâche

Appropriation et savoirs nécessaires

- Se rendre compte qu'on est dans une situation de partage, entre Andrée qui possède quatre fois la préparation de Blanche et Blanche qui ne possède que la sienne.

Résolution

- Comme on ne connaît que le rapport entre les deux préparations, il faut en prendre une des deux comme unité, la petite de préférence pour avoir deux nombres entiers. La grande vaut alors 4 unités, ensemble il y a 5 unités. Andrée doit donc donner une et demie de ses quatre unités à Blanche pour qu'elles aient chacune la même quantité (2,5 unités)
- Il faut alors exprimer la réponse selon la question *Quelle fraction de sa préparation Andrée …* en se plaçant du point d'Andrée et trouver une expression avec des nombres entiers pour remplacer "une et demie de ses quatre unités » qui en demi-unités s'exprime par 3 demies unités de ses 8 demi unités ou trois sur huit ou 3/8. (Une réponse comme « Andrée doit donner 1,5 « préparation » à Blanche ne correspond pas à la formulation de la question « fraction de » et non un « nombre de »
- Une représentation graphique (un cercle et quatre cercles, un segment et un autre segment de longueur quadruple, etc.) peut aider à représenter les huit demi-parts.
- Imaginer plusieurs valeurs hypothétiques successives pour chaque part (1 kg et 4 kg, 100 grammes et 400 grammes, etc.) peut aussi faciliter le passage à la représentation générique : une part et quatre parts.

Attribution des points

4. Réponse correcte (« 3/8 de la part d'Andrée » ou « trois huitièmes de la part d'Andrée » ou « trois demi-parts des huit demi-parts d'Andrée ») avec un dessin ou une explication
3. Réponse correcte, mais avec explications partielles ou peu claires

   ou réponse « Andrée doit donner 1,5 préparations à Blanche » avec un dessin ou la mention qu'il y a 5 parties en tout à partager en deux parties à chacune ou avec un exemple numérique, mais sans que la réponse corresponde à la question *Quelle fraction de sa préparation Andrée…*
2. Seulement la réponse correcte sans dessin ni description du raisonnement

   ou réponse « Andrée doit donner 1,5 préparations à Blanche » mais avec explications partielles ou peu claires
1. Début de raisonnement correct (par exemple, seulement découverte qu'il y a cinq parties en tout)
0. Incompréhension du problème

Niveau : 6, 7

Origine : Bourg-en-Bresse

11. CONSTRUCTION DE TRIANGLES (Cat. 6,7)

L'enseignant de mathématiques a donné ce devoir à ses élèves qui étudient les triangles : « Chaque groupe devra construire un triangle de carton, qui a un côté de 5 cm de long, un autre de 4 cm de long et un angle de 30 degrés. »

À la fin du travail, en comparant les résultats obtenus, les élèves se rendent compte que tous les triangles construits en respectant les mesures données ne sont pas les mêmes.

Combien de triangles différents peut-on construire en respectant les consignes données ?

Dessinez les différents triangles demandés.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Trouver tous les triangles de deux côtés de longueur 5 cm e 4 cm avec un angle de 30 degrés.

Analyse de la tâche

- Comprendre qu'avec 2 côtés de 5 et 4 cm, et un angle de 30 degrés, on peut construire plusieurs triangles différents en modifiant les positions respectives des deux côtés et de l'angle.
- Pour être sûr de tous les identifier, il convient de les dessiner un à un et d'observer les constructions effectuées. Trois cas sont possibles.

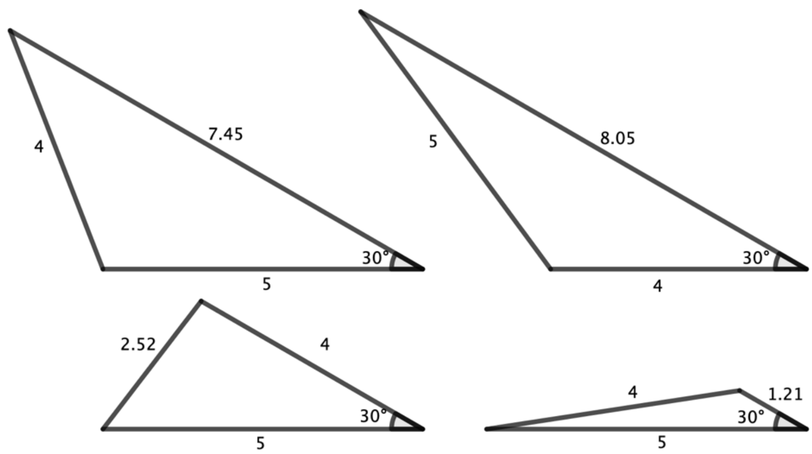
  Si l'angle est adjacent aux deux côtés donnés, il n'y a qu'une solution

  Si l'angle n'est adjacent qu'au petit côté (4) il n'y a qu'une solution

  Si l'angle n'est adjacent qu'au grand côté (5) il y a deux solutions

Donc en tout il y a quatre triangles différents dont les mesures du troisième côté, arrondies au mm près, sont respectivement 8,0 cm (ou 8,1), 7,4 (ou 7,5), 2,5 cm et 1,2 cm.

.



Attribution des points

4 Réponse correcte, les quatre triangles, avec les dessins précis de toutes les solutions

3 Réponse quatre triangles, avec les dessins approximatifs
ou trois triangles, avec les dessins précis

2 Trois triangles avec les dessins approximatifs
ou deux triangles, avec les dessins précis

1 Deux triangles avec les dessins approximatifs
ou un seul triangle avec dessin précis

0 Incompréhension du problème
ou un seul triangle avec dessin approximatif

Niveaux : 6, 7

Origine : Riva del Garda

12. LE CUBE CACHÉ (Cat. 6, 7, 8)

Richard a des cubes noirs et des cubes blancs de la même taille, qu'il peut assembler pour construire des cubes plus grands.

Il décide de construire des cubes qui n'ont que des cubes noirs à l'extérieur, et à l'intérieur seulement des cubes blancs, de sorte que les cubes noirs recouvrent l'intérieur d'une seule couche qui cache tous les cubes blancs.

Il a, à sa disposition, 150 cubes blancs et un nombre plus élevé de cubes noirs.

À chaque fois, il construit un cube puis le défait pour en construire un autre différent du précédent.

Combien et quels cubes différents Riccardo peut-il construire en respectant les instructions de construction ?

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse et donnez le détail des calculs.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Trouver toutes les possibilités, avec à disposition 150 cubes blancs et plus de cubes noirs, de construire un grand cube composé de cubes blancs à l'intérieur et de cubes noirs à l'extérieur.

Analyse de la tâche

Appropriation :

- Lecture de l'énoncé : 150 cubes blancs au maximum à l'intérieur, recouverts d'une couche de cubes noirs, réutilisables pour plusieurs constructions. Se rendre compte alors qu'il suffit de tenir compte du maximum de 150 cubes blancs

Résolution

- En partant des cubes blancs, faire l'inventaire des constructions possible :

  1 cube blanc, donc le grand cube de $3 \times 3 \times 3$ a 27 cubes dont 26 cubes noirs $26 = 27 – 1$

  $2 \times 2 \times 2$ cubes blancs, donc le grand cube de $4 \times 4 \times 4$ a 64 cubes dont 8 blancs et 56 cubes noirs

  $3 \times 3 \times 3$ cubes blancs, donc le grand cube de $5 \times 5 \times 5$ a 125 cubes dont 27 blancs et 98 cubes noirs

  $4 \times 4 \times 4$ cubes blancs, donc le grand cube de $6 \times 6 \times 6$ a 216 cubes dont 64 blancs et 152 cubes noirs

  $5 \times 5 \times 5$ cubes blancs, donc le grand cube de $7 \times 7 \times 7$ a 343 cubes dont 125 blancs et 218 cubes noirs

  dernière possibilité car $6 \times 6 \times 6 = 216$ dépasse le nombre de cubes blancs à disposition.

Attribution des points

4 Réponse correcte : les 5 possibilités (comme ci-dessus) avec les nombres de cubes blancs et noirs et description des calculs

3 Réponse correcte ; les 5 possibilités avec les nombres de cubes blancs et noirs mais décrites de manière superficielle et calculs partiels

ou 4 possibilités avec les nombres de cubes blancs et noirs et description des calculs

2 Réponse correcte ; 4 possibilités avec les nombres de cubes blancs et noirs mais décrites de manière superficielle et calculs partiels

ou 3 possibilités avec les nombres de cubes blancs et noirs et description des calculs

1 Réponse correcte ; 3 possibilités avec les nombres de cubes blancs et noirs mais décrites de manière superficielle et calculs partiels

ou 1 ou 2 possibilités avec les nombres de cubes blancs et noirs et description des calculs

0 Incompréhension du problème ou 1 ou 2 possibilités sans explications

Niveaux : 6, 7, 8

Origine : Groupe 3D

13. LE TABLEAU RETROUVÉ (Cat. 6, 7, 8, 9, 10)

Marco a trouvé sur un vieux cahier de son grand-père un tableau avec les nombres naturels disposés ainsi

1	**2**	**3**				
	6	**5**	**4**			
		7	**8**	**9**		
			12	**11**	**10**	
				13	**14**	**15**

En regardant de plus près cet étrange tableau, il observe que dans chaque ligne il y a trois nombres disposés en ordre croissant dans les lignes impaires, alors qu'ils sont en ordre décroissant dans les lignes paires.

Puis, en observant les colonnes, il s'aperçoit que de la troisième à la cinquième colonne il y a toujours 3 nombres. Par exemple, dans la cinquième colonne, il y a les nombres 9, 11, 13.

Si l'on étend le tableau selon les mêmes règles de disposition des nombres, quels seront les trois nombres de la 100e colonne ?

Montrez comment vous avez trouvé votre réponse.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Trouver les nombres de la 100e colonne d'un tableau où sont inscrits les nombres naturels en découvrant ses différentes régularités soit dans les lignes, soit dans les colonnes, soit dans les suites en oblique.

Analyse de la tâche

- Comprendre qu'il est indispensable de poursuivre le tableau sur plusieurs lignes et colonnes pour en comprendre la structure et aller au moins jusqu'à 8 à 10 lignes et colonnes
- Une procédure est de compléter le tableau jusqu'à la centième colonne (ce qui semble très long, mais pas impossible).
- Observer les régularités du tableau et en tirer parti pour limiter les écritures (nombres pairs et impairs, suites régulière sur les trois ligne en diagonale et d'innombrables autres régularités., …)

  En particulier, découvrir que la diagonale du tableau, est composée des nombres 1, 6, 7, 12, 13, où les multiples de 6 sont dans la 2e, 4e, 6e colonne et ligne, … 100e colonne et ligne, ce qui permet de savoir qu'on trouvera 300 (600 : 2) dans la 100e colonne et, au-dessus de 300, les deux multiples de 4 qui le précèdent : 292 et 296.

  Ou découvrir que la ligne du milieu en diagonale est composée des nombres 2, 5, 8, 11, 14, qui est une progression arithmétique de raison 3 dont le premier terme est 2, dans la colonne 2. Il manque 98 colonnes pour arriver à la colonne 100. Le nombre de cette ligne en diagonale de la colonne 100 sera donc $2 + 98 \times 3 = 296$. Au-dessus on trouvera 292 et au-dessous 300.
- Ou observer que la somme des nombres d'une colonne à partir de la troisième est 15, 24, 33 … (ou le triple du nombre central) et augmente de 9 d'une colonne à la suivante (progression arithmétique de raison 9 dont le premier terme, 15, se trouve dans la 3e colonne. Pour la 100e colonne on aura une somme de $15 + (100 – 3) \times 9 = 888$, dont le nombre central sera 888 : 3 = 296 celui du haut 292 (296 – 4) et celui du bas 300 (296 + 4) car dans les colonnes de rang pair les différences entre les nombres valent 4.

Attribution des points

4 Réponse correcte, 292,296, 300, avec explication claire et détaillée des calculs effectués pour arriver à la solution

3 Réponse correcte, 292,296, 300, avec explication peu claire

2 Réponse correcte, 292,296, 300, sans explication
ou réponse incorrecte, due à une erreur de calcul, mais avec une procédure bien expliquée

1 Début de raisonnement correct, par exemple des régularités sont perçues dans les colonnes ou dans les lignes en diagonales mais ne permettent pas d'arriver à la solution

0 Incompréhension du problème

Niveaux : Cat. 6, 7, 8, 9, 10

Origine : Riva del Garda

14. LA CONFITURE DE FRAMBOISES (Cat. 7, 8, 9, 10)

Marc veut acheter un pot de confiture de framboises. Dans les rayons du magasin il trouve trois pots de marques différentes : le premier pot pèse 500 g, contient 64% de framboises et coûte 9 € ; le deuxième pèse 400 g, contient 56% de framboises et coûte 6,72 € ; le troisième pèse 350 g, contient 72% de framboises et coûte 7,46 €.

Quel pot Marc devra-t-il choisir pour avoir le meilleur rapport qualité-prix selon la quantité de framboises ?

Expliquez votre démarche et montrez le détail de vos calculs.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Déterminer la proposition la plus avantageuse entre trois pots de confiture, dont on connait le poids, le prix et le pourcentage de fruits.

Analyse de la tâche

- Comprendre qu'il faut commencer par calculer la masse de framboises contenue dans chaque pot de confiture et calculer le prix au kg (ou au g) des framboises.
- Calculer que le premier pot de confiture contient 320 g de framboises (500 g · 0,64) pour un prix au kg de 28.125 € (9 ÷ 0,320), que le deuxième pot de confiture contient 224 g de framboises pour un prix au kg de 30 € et que le troisième pot contient 252 g de framboises pour un prix au kg d'environ 29,6 €.
- En conclure que le premier pot a un meilleur rapport qualité-prix selon la quantité de framboises.
- Erreur possible : vouloir comparer les prix au kg des confitures, et non pas les prix au kg des framboises.
- Difficulté possible : le prix au kg des framboises du troisième pot de confiture étant une fraction non décimale, la question de l'arrondi pourra se poser.
- Une attention particulière sera portée à la présentation des calculs et à la rédaction, permettant de mettre en lumière la bonne compréhension du problème

Attribution des points

4 Réponse correcte « le premier pot » avec explications claires et détaillées

3 Réponse correcte avec explications peu claires et peu détaillées

2 Bonne compréhension du problème et démarche correcte mais avec des erreurs de calculs sur les quantités de framboises et/ou leur prix au kg

1 Début de raisonnement correct, par exemple calculs de la quantité de framboises dans chaque pot sans parvenir à la conclusion
ou réponse « le deuxième pot » parce que le rapport est calculé à partir du poids du pot entier au lieu du poids des framboises

0 Incompréhension du problème ou réponse correcte sans aucune explication

Niveaux : 7, 8, 9, 10

Origine : Campobasso

15. DES CROIX SUR LA TABLE (Cat. 8, 9, 10)

Extrait d'un spectacle de Magix, le célèbre calculateur prodige :

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36	39	
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48	52	
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72	78	
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	77	84	91	
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	96	104	
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99	108	117	

Magix

- Cher public, comme vous le voyez, j'ai placé une croix qui entoure exactement 5 cases de cette grille que vous connaissez bien. Observez bien les cinq nombres entourés : 21, 24, 28, 32 et 35.

- Vous, Mademoiselle avec le pull rouge, au deuxième rang, montez sur la scène, bandez-moi les yeux et déplacez la croix pour qu'elle entoure exactement cinq autres cases de la grille.

- Cher public, additionnez les cinq nombres entourés et dites-moi ce que vous avez trouvé.

Des voix dans le public

- 165.

Magix

- Vous en êtes bien sûrs ? :

D'autres voix dans le public

- Oui, oui, c'est bien 165.

Magix

- Je peux vous dire quel est le nombre au centre de la croix et, dans ce cas particulier de 165, quels sont ses quatre voisins. Les nombres sont …

Quels sont ces cinq nombres ?

Expliquez comment vous les avez trouvés.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Trouver les nombres de cinq cases de la table de multiplication disposées en forme de croix (un nombre central et ses quatre voisins du dessus, du dessous, de gauche et de droite), à partir de leur somme.

Analyse de la tâche

- Percevoir l'enjeu proposé par le magicien : déterminer les cinq nombres cachés à partir de la seule donnée de leur somme et par conséquent penser qu'il y a une relation à découvrir, valable pour toutes les positions de la croix.
- Selon une démarche de recherche, calculer la somme des nombres dans plusieurs positions de la croix (pour l'exemple donné sur l'image, il s'agit de 140) et constater que la somme se termine toujours par 0 ou par 5 ou qu'elle est toujours

un multiple de 5 ; ou remarquer que les trois nombres de la colonne, comme les trois nombres de la ligne sont des multiples des numéros, respectivement, de la ligne et de la colonne et que la somme est un multiple commun des deux nombres.

Selon l'un ou l'autre de ces indices, découvrir que la somme est multiple du nombre du centre.

- Vérifier cette conjecture pour être certain que pour chaque position de la croix, la somme des nombres de la croix est le quintuple du nombre central et en déduire que, dans le cas de 165, le nombre central est 33 (165 :5).
- Chercher le 33 dans la table, constater qu'on ne le trouve que deux fois

Attribution des points

4. Réponse « Les cinq nombres sont 22, 30. 33. 36. 44 » avec explication montrant les relations entre le nombre central et la somme et l'unicité de la solution pour ce cas particulier de 165. (Par exemple « la somme des cinq nombres est le quintuple du nombre central », ou, « Magix a divisé 165 par 5 et trouvé 33 et il sait que 33 ne figure que deux fois dans la table de multiplication, avec les mêmes voisins »)

3 Réponse « Les cinq nombres sont 22, 30. 33. 36. 44 » avec seulement la mention d'essais ou que la somme est un multiple de 5

2 Réponse « Les cinq nombres sont 22, 30. 33. 36. 44 » sans explications

1 Réponse, le nombre de la case centrale est 33

0 Incompréhension du problème

Niveaux : 8, 9, 10

Origine : GPIL *Propriété "classique" de la table de multiplication*.

16. BOÎTES DE STYLOS (Cat. 8, 9, 10)

L'entreprise qui fabrique les stylos offerts aux participants du Rallye mathématique, avec l'inscription RMT 2023 a engagé trois personnes : Licia, Florence et Geoffrey, qui doivent les répartir dans 224 boîtes contenant chacune le même nombre de stylos.

- Licia a rempli 22 boîtes à l'heure.
- Florence a rempli 21 boîtes à l'heure et a travaillé un tiers du temps de Licia.
- Geoffrey a rempli 18 boîtes à l'heure mais n'a travaillé que la moitié du temps de Florence.

Combien de temps Licia a-t-elle travaillé ?

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Déterminer le laps de temps nécessaire pour remplir 224 boîtes (b) par trois personnes sachant qu'elles travaillent à des vitesses (22, 21, 18 b/h) et pendant des durées (1 ; 1/3, 1/6) différentes.

Analyse de la tâche

Appropriation

- Identifier les deux grandeurs proportionnelles en présence : le nombre de boîtes à remplir et la durée du travail ainsi que le rapport de proportionnalité : la « vitesse » à laquelle les boîtes ont été remplies et imaginer comment les trois personnes ont réparti leur temps de travail : simultanément ou indépendamment.

Résolution

- En cas de travail simultané, on peut imaginer que, pour chaque heure de la première personne les deux autres ont pris des « pauses » : la première personne remplit 22 cartons, la deuxième 7 (21 : 3) et la troisième 3 (18 : 6) ; au total 32 (22 + 7 + 3) en une heure pour les trois personnes, c'est-à-dire que le coefficient de proportionnalité, ou "vitesse de remplissage" entre la durée et le nombre de boîtes. Pour remplir les 224 boîtes il faudra donc 7 heures (224 : 32) à la première personne.
- En cas de travail indépendant, il faut exprimer les durées de remplissage des trois personnes par rapport à l'une d'entre elles, Par exemple si l'on choisit la durée de travail de la première personne (x) comme unité des trois durées ; le nombre de cartons rempli par chaque personne durant la durée du travail sera $22x$; $21/3x$ et $18/6x$ qui conduit à l'équation $22x$ + $7x$ et $3x = 224$ dont la solution est 7 (heures de travail de la première personne).

Attribution des points

4 Réponse correcte (7 heures) avec des explications claires et complètes

3 Réponse correcte (7 heures) avec des explications partielles ou peu claires

2 Réponse correcte (7 heures) sans explication ni justification
ou réponse erronée due à une erreur de calcul mais avec explications

1 Début de recherche cohérente (par exemple, essais plus ou moins organisés)
ou réponse erronée due à une erreur de calcul, sans explications

0 Incompréhension du problème

Niveaux : 8, 9, 10

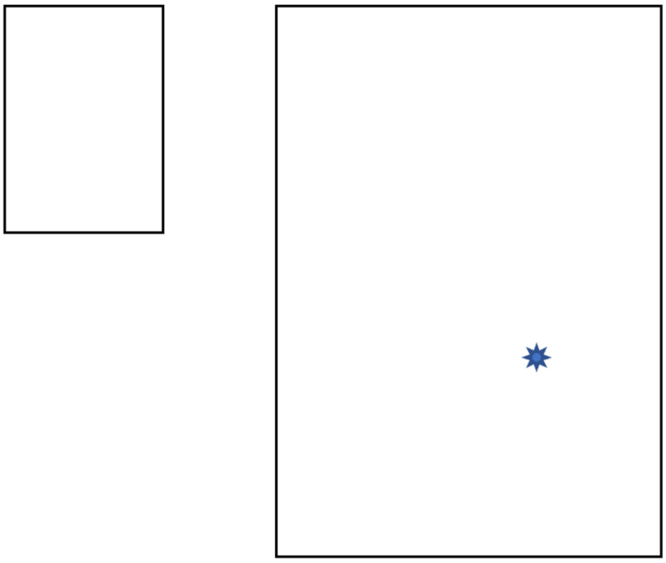
Origine : GTCP (basé sur *La cueillette des pommes (22.I.19)*)

17. LA FLEUR AU BON ENDROIT (Cat. 8, 9, 10)

Sur deux fenêtres de sa chambre, Angela a placé deux stores rectangulaires, un grand et un petit.

Sur le plus grand, elle a déjà fixé le centre d'une fleur de tissu. Sur le plus petit, qui est une réduction du grand, elle veut fixer « au bon endroit » le centre d'une autre fleur de tissu.

Les dimensions du plus grand store sont 1,20 m x 84 cm, tandis que celles du plus petit sont 50 cm x 35 cm.



Placez le centre de la fleur de tissu au bon endroit sur le plus petit store, comme Angela le souhaiterait.

Expliquez comment vous avez procédé.

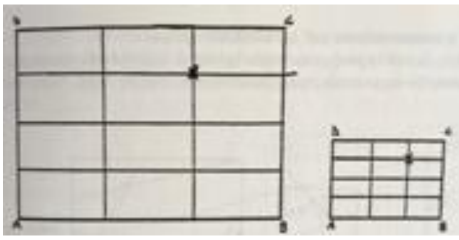
ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

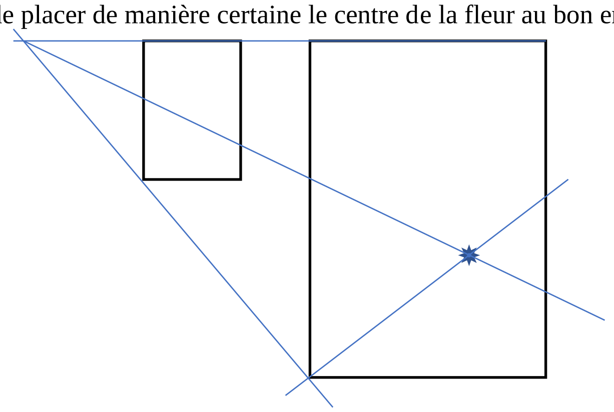
Étant donné deux rectangles homothétiques, trouver sur le second rectangle l'emplacement d'un point dont on connait la position sur le premier rectangle à partir d'une figure.

Analyse de la tâche

- Comprendre, en lisant l'énoncé, que, puisque les deux stores (rectangles) sont l'un la réduction de l'autre, il doit s'agir de deux rectangles semblables.
- Comprendre qu'il faut alors prendre en compte que les deux rectangles sont semblables, à la fois avec 35/50 = 84/120 = 0,7 (rapport largeur/longueur), et avec le rapport d'homothétie (ou facteur d'échelle) 120/50 et 84/35, pour obtenir la valeur 2,4.
- Une fois vérifié que les deux rectangles sont semblables, choisir quelle procédure adopter pour placer le centre de la fleur sur le petit rectangle au bon endroit, parmi les procédures, qui sont multiples, numériques et / ou géométriques :
  - mesurer les distances du centre de la fleur aux deux côtés perpendiculaires du grand rectangle entre 1,7 et 1,9 à l'horizontal et entre 2,7 et 2,9 à la verticale (à vérifier sur les copies des élèves et éventuellement adapter les mesures) (environ 2,22; 3,4 - sur le dessin de l'énoncé) et calculer par le facteur d'échelle les distances correspondantes du centre de la fleur du petit rectangle (entre 0,7 et 0,8 à l'horizontal et entre 1,1 et 1,2 à la verticale – sur le dessin de l'énoncé)
  - ou recourir à un quadrillage approprié et « proportionnel » des deux rectangles, avec le centre de la fleur à l'intersection des côtés du carré tel qu'il apparaît dans les productions d'élèves du problème **Où il faut faire mouche ?** 7ème RMT, n.15 dont ce problème est une variante



- Comprendre qu'il est possible d'utiliser une procédure géométrique qui implique le parallélisme soit :
  - penser à tracer deux lignes droites joignant chacune le point central de la fleur et un sommet du petit rectangle puis à reproduire les lignes correspondantes sur le petit rectangle avec l'utilisation, par exemple, d'une équerre et d'une règle ; ou d'un rapporteur
  - ou, après avoir réalisé que les deux rectangles de la figure sont homothétiques, recherchez le centre d'homothétie : procédure qui permet de placer de manière certaine le centre de la fleur au bon endroit.



Attribution des points

4 Position du centre de la fleur déterminée avec précision par l'utilisation d'une procédure géométrique ou à partir des mesures et des calculs par le facteur d'échelle (entre 0,7 et 0,8 à l'horizontal et entre 1,1 et 1,2 à la verticale)* le tout complété par une explication claire ou un dessin très clair

3 Position du centre de la fleur déterminée précisément par l'utilisation d'une procédure géométrique ou à partir des mesures et des calculs par le facteur d'échelle (entre 0,7 et 0,8 à l'horizontal et entre 1,1 et 1,2 à la verticale) et une explication peu claire ou incomplète

2 Position du centre de la fleur déterminée avec des mesures ou à partir des mesures et des calculs par le facteur d'échelle (entre 0,7 et 0,8 à l'horizontal et entre 1,1 et 1,2 à la verticale), mais sans explication

1 Position déterminée d'une manière très approximative (avec des valeurs à ± 2 mm de celles indiquées ci-dessus) et inexpliquée, ce qui pourrait suggérer qu'elle a été trouvée « à l'œil »

0 Incompréhension du problème ou emplacement très éloigné du bon

Niveau : 8, 9, 10

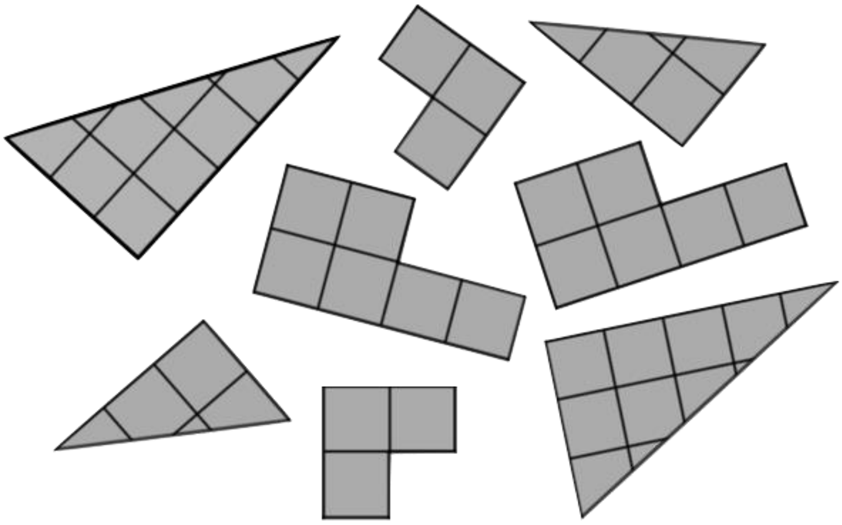
Origine : Groupe Géométrie plane (GTGP)

Origine : Groupe Géométrie plane (GTGP)

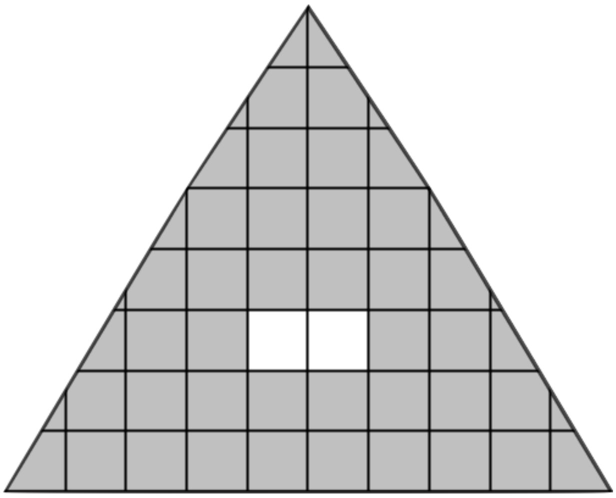
* *Attention, là où la solution est trouvée par les mesures, selon les photocopies, les mesures trouvées peuvent être légèrement différentes. Les correcteurs devront vérifier directement sur les copies.*

18. LES HUIT PIÈCES (Cat. 9, 10)

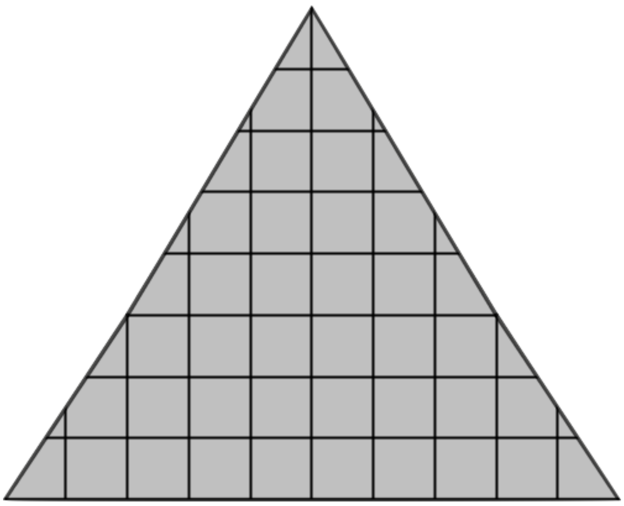
Le mage Géometrix dit : *Avec ces huit pièces*



je construis un triangle avec un trou de deux carrés.



Puis, je déplace les pièces et ... abracadabra ... j'obtiens le même triangle mais cette fois, sans trou.



N'est-ce pas étonnant ?

Tracez les huit pièces dans chacune des deux figures, et expliquez la tromperie du mage.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

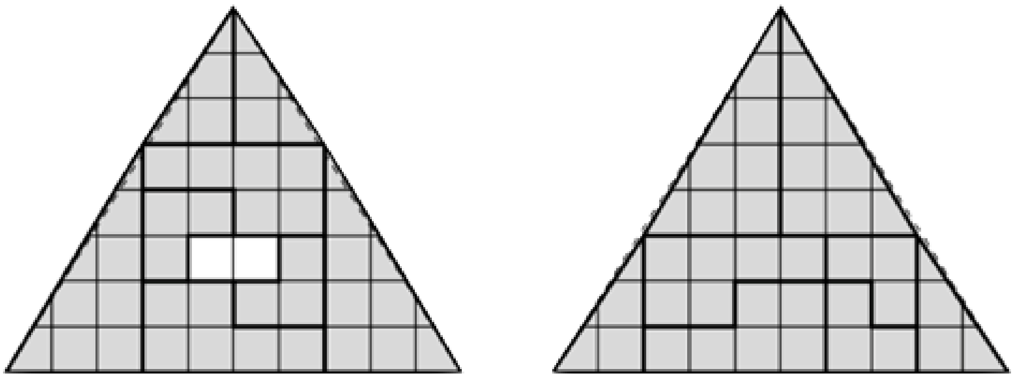
Expliquer l'apparition d'un espace libre (trou) dans une figure qui semble être un triangle, composé de huit pièces données alors que ces huit pièces, disposées différemment recouvrent entièrement une figure qui semble être le même triangle que le précédent.

Analyse de la tâche

- Observer les huit pièces, reconnaître leurs formes ; les retrouver dans les deux figures et vérifier que ce sont à chaque fois les huit mêmes pièces, en les dessinant à l'intérieur des figures.
- Vérifier que les deux figures, qui semblent être des triangles isocèles, ont la même « base » (10) et la même « hauteur » (8)
- Constater que la présence d'un trou de deux carrés est une énigme qu'il faut chercher à expliquer comme le demande l'énoncé.

Il y a alors de nombreuses pistes à envisager pour comprendre cette disparition ou apparition de deux carrés :

- Une nouvelle vérification pièce par pièce pour vérifier qu'il n'y a pas eu de substitution ou de tromperie dans l'énoncé mais seulement des déplacements internes des huit pièces.
- Détermination de l'aire de chaque pièce et de leur somme (3 + 3 + 7, 7 + 7,5 + 3 + 3 + 6 + 6 = 39 carreaux) et des deux figures considérées comme des triangles (10 × 8)/2 = 40 . Puisque 39 est différent de 40, la figure sans trou ne peut pas être un triangle (un carreau de moins), ni la figure avec trou (un carreau de plus).
- Imaginer que les aires des pièces se modifient lorsqu'on les déplace
- Découper les deux figures et les superposer sur un triangle dont la base et la hauteur sont comme celles des deux figures, afin de se rendre compte que les figures données ne sont pas des triangles (l'une est trop "mince" et l'autre est trop "large")
- Remettre en cause sa perception visuelle des deux figures dont le pourtour extérieur semble être un même triangle alors qu'en fait ni l'un ni l'autre ne le sont. Leurs côtés obliques ne sont pas des segments de droite mais une ligne brisés formée de deux segments non parallèles.



L'explication à donner peut se référer à l'observation des côtés obliques des figures qui passent chacun par une intersection du quadrillage, à 5 carrés de la base dans la figure de Bruno, mais à 3 carrés de la base dans celle d'Anna où à la « pente » des pièces triangulaire qui sont différentes : 3/2 = 1,5 pour les petits et 5/3 1,7 pour les grands.

Attribution des points

4 Constatation explicite que les deux figures ne sont pas des triangles, avec la description des deux côtés obliques composés de deux segments non parallèles (qui ne sont pas sur la même droite) et le dessin des huit pièces ou recomposition des deux figures, ou la superposition sur un « vrai » triangle, ou par le constatation que l'aire des 8 pièces (39) étant différentes de celle d'un triangle de base 10 et de hauteur 8 (40) permet d'affirmer que les deux figures d'aires 39 et 41 ne peuvent pas être des triangles.

3 Dessin des pièces sur les deux figures et constatation que les deux figures ne sont pas des triangles sans détail sur les côtés obliques ou sur les aires

2 Dessin des pièces sur les deux figures avec éventuellement le comptage du nombre total des carrés des deux figures (40) et 38) mais sans être capable de donner une explication plausible de la différence de deux carrés d'une figure à l'autre

1 Début de recherche correct, par exemple dessin des pièces dans une seule des figures

0 Incompréhension du problème

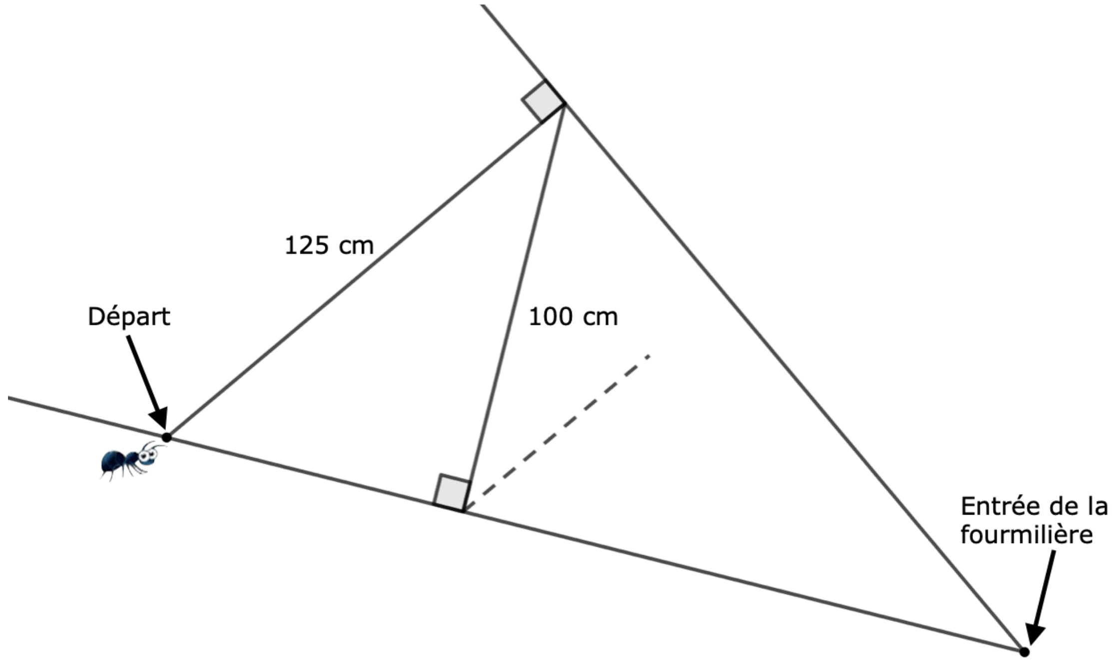
Niveaux : 9, 10

Origine : GPIL

19. **LA FOURMI S’EST PERDUE** (Cat. 9, 10)

Une fourmi désorientée tente de retrouver l’entrée de la fourmilière et parcourt le chemin en zigzag entre deux murs qui lui semble connu mais qui sur le dessin ci-dessous est incomplet.

La fourmi avance progressivement et se demande s'il sera vraiment possible d’atteindre l’entrée tant recherchée.



La fourmi se déplace toujours perpendiculairement à l'un des deux murs qui déterminent le chemin en zigzag. Les segments se raccourcissent progressivement avec régularité, l'un par rapport à l'autre.

Dessinez tous les segments que vous pouvez du parcours en zigzag de la fourmi et trouvez la meilleure estimation possible de la longueur totale du parcours.«

Donnez le détail de vos calculs.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Complétez le dessin d'un chemin en zigzag convergent en un point et calculez sa longueur, à partir des deux premiers segments (125 et 100)

Analyse de la tâche

- L'appropriation du problème demande est d'essayer de percevoir le chemin de la fourmi. En ce qui concerne le chemin, comprendre comment il se construit en analysant la figure présentée et en s'appuyant sur les indications de l'énoncé (segments de plus en plus courts) et les indications contenues dans la question : dessinez tous les segments que vous pouvez).
- Une fois que les segments suivants sont reconnus perpendiculaires à l'un ou l’autre des deux murs, les dessiner ... et, à un certain point se demander comment continuer, étant donné que les segments seront toujours plus courts et progressivement "impossibles" à tracer. Avec un dessin sur papier quadrillé à partir du segment initial qui peut être redimensionné à 12,5 cm (25 cases), il est possible de dessiner nettement jusqu'au 15ème segment.
- Comprendre donc que le chemin continue et ne permet pas d'atteindre le petit trou de la fourmilière avec un nombre fini de segments, compte tenu également du "doute" de la petite fourmi de pouvoir atteindre « l’entrée tant recherchée »

  En ce qui concerne la recherche de la longueur du parcours, les démarches sont variées et vont des plus accessibles à des démarches plus élaborées pouvant être construites dans une activité de classe ultérieure.
- La démarche la plus accessible consiste à comprendre que le rapport entre les longueurs de deux segments consécutifs du chemin est constant (par exemple en observant que les triangles rectangles qui se forment sont semblables entre eux, ou comprendre comment passer de 125 à 100 et trouver le rapport 4/5) et calculer progressivement les longueurs des différents

segments en tenant compte que chaque longueur s'obtient en multipliant la précédente par le rapport constant 4/5 soit par 0,8, donc après 125 et 100 on obtient : 80 ; 64 ; 51.2 ; 40,96 ; 32,768 ; 26,214 ; 20,972, 16,777; 13,422 ; 10,737 ; 8,590 ; 6,872 ; 5 498…(en cm).

Comprendre donc que la procédure d'addition peut continuer indéfiniment mais que les termes de l'addition deviennent de plus en plus petits et donc que la somme croît de moins en moins. Décider ensuite où s'arrêter en tenant compte de la taille de la fourmi ou du dessin. Par exemple, si l'on s'arrête au 15ème terme (qui, avec le dessin, correspond au segment qu'on peut encore tracer clairement) on obtient environ 603 (en. cm)

Cette procédure permet de trouver "uniquement" une approximation de la longueur du chemin. Par exemple, en ajoutant les valeurs précédentes on trouve 603.009.

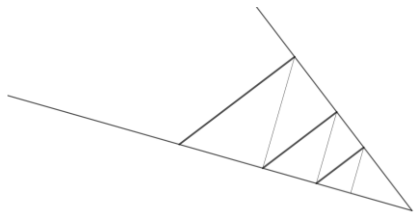
- Une procédure avec les mesures des segments sur un dessin est également possible, à condition que ce dessin soit précis et à l'échelle. Le premier triangle rectangle aura des côtés, par exemple, exprimés en mm, de longueurs respectives 125, 100 et 75 (avec le théorème de Pythagore). Dans ce cas, en lisant les mesures approchées au mm, on arrive à environ 610 mm avec 16 à 17 segments.

Ou, avec des connaissances relatives à la somme d'une progression géométrique, éventuellement acquises au niveau de la catégorie 10, en ayant recours au rapport entre les longueurs des segments, considérer la somme de la progression, en tenant compte « intuitivement » que les termes tendent vers 0

S = 125+ 125 (4/5) + 125 (4/5)2 +…

Puis en multipliant les deux côtés par 4/5 : (4/5) S = 125 (4/5) + 125 (4/5)2+… et en écrivant la différence entre les deux relations on obtient : S- (4/5) S = 125 et enfin S =625.

Ou, compte tenu de la configuration géométrique de la ligne brisée, avec les deux séquences de segments parallèles entre elles :



envisager la proportionnalité entre la longueur de la suite S et la longueur du premier segment et la longueur de la suite moins le premier segment et le deuxième segment : S/125 = (S-125)/100, ce qui conduit à S = 625 (en mm) (procédure qui pourrait être considérée comme une généralisation de la similitude).

En vue d'une éventuelle activité en classe après l'épreuve, il pourrait être intéressant de "construire" les deuxième et troisième procédures avec les élèves pour observer également que, dans ces deux cas, on obtient la longueur effective de la ligne brisée, alors qu'avec le premier on s'en rapproche de plus en plus, mais le processus "ne s'arrête pas" !

Attribution des points

4 Réponses correctes, (dessin tenant compte de la perpendicularité requise et faisant allusion à "l'impossibilité de le terminer" comme le suggèrent l'énoncé et la question ; avec un chemin qui atteint au moins le 14e ou le 15e segment et une longueur approximative supérieure à 600 cm, mais inférieure à 625 cm) avec les détails des calculs à la fois avec l'identification du rapport et avec les mesures avec un dessin à l'échelle

3 Réponses correctes, avec le détail des calculs incomplet

ou dessin correct jusqu'au 12e ou 13e segments au moins et longueur de la ligne brisée légèrement inférieure à 600 cm (entre 580 et 600 cm) avec calculs détaillés

2 Réponses correctes, sans le détail des calculs

ou dessin correct jusqu'au 10e ou 11e segments au moins et longueur comme la somme des longueurs des segments trouvés avec une erreur de calcul ou de mesure pouvant être déduite du détail présenté

ou dessin corrigé jusqu'au 12e ou 13e segments avec un calcul ou des mesures cohérentes

1 Début de raisonnement correct (dessin avec au moins six segments ou calcul des longueurs mais la somme n'est pas calculée, ...)

ou identification de la longueur du troisième segment avec un rapport correct

ou réponse du genre : puisqu'il y a une infinité de termes, la longueur est infinie, avec au moins un début de dessin correct

0 Incompréhension du problème

Catégories : 9, 10

Origine : GTGP et LG, d'après "Le serpent myope" 13.RMT.F.16)